

**КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА
ФАКУЛЬТЕТ КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК ТА КІБЕРНЕТИКИ
Кафедра інтелектуальних програмних систем**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Заступник декана
з навчальної роботи

_____ Кашпур О.Ф.

«___» _____ 2019 року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

для студентів

галузь знань **12 «Інформаційні технології»**
спеціальність **121 «Інженерія програмного забезпечення»**
освітній рівень **бакалавр**
освітня програма **«Програмна інженерія»**

вид дисципліни **обов'язкова**

Форма навчання	денна
Навчальний рік	2019/2020
Семестр	1,2
Кількість кредитів ECTS	9
Мова викладання, навчання та оцінювання	українська
Форма заключного контролю	іспит, іспит

Викладачі: **к.ф.-м.н., доц. Шевченко В.П.** (лекції, практичні заняття)

к.ф.-м.н., доц. Іванов Є.О. (практичні заняття)

к.ф.-м.н., доц. Ченцов О.І.(практичні заняття)

к.ф.-м.н., асист. Ліндер Я.М. (практичні заняття)

к.ф.-м.н., асист. Ходзінський О.М. (практичні заняття)

Пролонговано: на 20__/20__ н.р. _____ (_____) «__» 20__ р.
(підпис, ПІБ, дата)

на 20__/20__ н.р. _____ (_____) «__» 20__ р.
(підпис, ПІБ, дата)

Розробник: **Шевченко Володимир Петрович** к.ф.-м.н., доцент кафедри інтелектуальних програмних систем

ЗАТВЕРДЖЕНО

Завідувач кафедри інтелектуальних програмних систем _____ О.І. Провотар

(підпис) (прізвище та ініціали)

Протокол __від «__»_____ 2019 р.

Схвалено науково-методичною комісією факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Протокол від «__» _____ 2019 року №__

Голова науково-методичної комісії _____ Л.Л. Омельчук

(підпис) (прізвище та ініціали)

Затверджено вченою радою факультету комп'ютерних наук та кібернетики

Протокол від «__» _____ 2019 року №__

Голова вченої ради факультету _____ А.В. Анісімов

1. Мета дисципліни – оволодіння студентами математичною мовою і фундаментальними поняттями (і їх основними властивостями й практичними навичками використання) деяких найбільш традиційних розділів дискретної математики, сприяння розвитку логічного і аналітичного мислення студентів.

2. Попередні вимоги до опанування або вибору навчальної дисципліни: відсутні.

3. Анотація навчальної дисципліни. Дисципліна „Дискретна математика” є обов’язковою дисципліною освітньої програми „Програмна інженерія”, що викладається у 1 та 2 семестрах для бакалаврів в обсязі 270 год (9-х кредитів), зокрема: 68 години лекційних, 60 години практичних робіт, 138 години самостійної роботи, 4 години консультації. Викладання дисципліни закінчується **іспитом (1 та 2 семестр)**.

Предмет навчальної дисципліни „ Дискретна математика ” включає в себе основні поняття теорії множин, комбінаторики, теорії булевих функцій, теорії графів, теорії автоматів, теорії кодування.

В результаті вивчення навчальної дисципліни студенти повинні:

Знати для вивчення курсу „Дискретна математика” основи арифметики, алгебри, геометрії, елементарних функцій, елементи комбінаторики, які вивчаються у середній школі.

Вміти виконувати перетворення чисельних та алгебраїчних виразів, аналіз складених функцій, порівняння і перетворення геометричних фігур.

4. Завдання (навчальні цілі):

набуття знань, умінь та навичок (компетентностей) на рівні математичних основ дискретної математики, відповідно до кваліфікації фахівця з інформаційних технологій. Зокрема, розвивати:

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК03. Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.

ЗК05. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

ЗК06. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК-05. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

СК14. Здатність до алгоритмічного та логічного мислення.

5. Результати навчання за дисципліною:

Результат навчання (1. знати; 2. вміти; 3. комунікація; 4. автономність та відповідальність)		Форми (та/або методи і технології) викладання і навчання	Методи оцінювання та пороговий критерій оцінювання (за необхідності)	Відсоток у підсумковій оцінці з дисципліни
Код	Результат навчання			
РН1.1	<i>Знати і вміти оперувати для математичних перетворень множин, функцій, відношень, оцінювати і порівнювати потужність множин.</i>	<i>Лекція, практичні заняття</i>	<i>Опитування, тест, 60% правильних відповідей, іспит</i>	25%
РН1.2	<i>Знати основні комбінаторні схеми і тотожності, вміти знаходити чисельну та алгебраїчну оцінку комбінаторних характеристик, вміти застосовувати рекурентні</i>	<i>Лекція, практичні заняття</i>	<i>Тест, 60% правильних відповідей, іспит</i>	25%

	<i>співвідношення для отримання комбінаторних характеристик, вміти застосовувати комбінаторні методи для аналізу алгоритмів.</i>			
РН2.1	<i>Знати основні булеві функції, вміти їх перетворювати, приводити до стандартних форм, оцінювати їх складність і мінімізувати.</i>	<i>Лекція, практичні заняття</i>	<i>Тест, 60% правильних відповідей, іспит</i>	15%
РН2.2	<i>Володіти поняттями основних різновидів графів, порівнювати і перевіряти їх властивості. Вміти застосовувати графи для конструювання алгоритмів.</i>	<i>Лекція, практичні заняття</i>	<i>Тест, 60% правильних відповідей, іспит</i>	15%
РН2.3	<i>Знати основні моделі скінчених автоматів та їх взаємні перетворення, вміти робити переходи між різними типами автоматів і формальними мовами, використовувати автоматні моделі при конструюванні алгоритмів.</i>	<i>Лекція, практичні заняття</i>	<i>Поточне поцінювання, іспит</i>	10%
РН2.4	<i>Знати основні поняття і моделі кодування, природу їх складності, сферу застосування різних методів кодування при створенні інформаційних систем.</i>	<i>Лекція, практичні заняття</i>	<i>Поточне поцінювання, іспит</i>	10%

6. Співвідношення результатів навчання дисципліни із програмними результатами навчання

Результати навчання дисципліни	РН	РН	РН	РН	РН	РН
Програмні результати навчання	1.1	1.2	2.1	2.2	2.3	2.4
<i>(з опису освітньої програми)</i>						
ПРН01. Аналізувати, цілеспрямовано шукати і вибирати необхідні для вирішення професійних завдань інформаційно-довідникові ресурси і знання з урахуванням сучасних досягнень науки і техніки.	+	+	+	+	+	+

7. Схема формування оцінки.

7.1 Форми оцінювання студентів:

- семестрове оцінювання:

1. Контрольна робота 1: РН 1.1 — 20 балів/12 балів.
2. Контрольна робота 2: РН 1.2, — 20 балів/12 балів.
3. Контрольна робота 3: РН 2.1, – 15 балів/8 бали.
4. Контрольна робота 4: РН2.2 – 15 балів/8 бали.
5. Контрольне опитування: РН2.3 – 5 балів/3 бали.
- 6.. Контрольне опитування: РН2.4 – 5 балів/3 бали.

- підсумкове оцінювання (у формі екзамену):

- максимальна кількість балів які можуть бути отримані студентом: 40 балів;
- результати навчання які будуть оцінюватись: РН1.1, РН1.2, РН2.1; РН2.2; РН231; РН241;
- форма проведення і види завдань: письмова.
- Види завдань: 4 письмових завдання.

Критерії оцінювання на екзамені

Завдання	Тема завдання	Максимальний відсоток від 40 балів	Всього відсотків
Завдання 1-4	Задачі на реалізацію перетворень і порівнювань об'єктів	По 25%	100%
			100%

Студент не допускається до екзамену, якщо під час семестру набрав менше ніж 24 балів. Студент допускається до екзамену за умови виконання 70% передбачених планом лабораторних робіт.

7.2. Організація оцінювання:

Терміни проведення форм оцінювання:

1. Контрольна робота 1: до 8 тижня семестру.
2. Контрольна робота 2: до 14 тижня семестру.
3. Контрольна робота 3: до 5 тижня семестру.
4. Контрольна робота 4: до 11 тижня семестру.
5. Контрольне опитування: до 14 тижня семестру.
6. Контрольне опитування: до 16 тижня семестру..

7. Місце в структурно-логічній схемі спеціальності. Нормативна навчальна дисципліна „Дискретна математика” є складовою циклу професійної підготовки фахівців освітньо-кваліфікаційного рівня „бакалавр”.

8. Зв'язок з іншими дисциплінами. Навчальна дисципліна „Дискретна математика” є базовою для вивчення таких спеціальних дисциплін як ” Криптографічні методи захисту інформації ”, „ Безпека інформації в базах даних ”, „Сучасні проблеми розробки програмного забезпечення”.

9. Система контролю знань та умови складання екзамену. Контроль знань студентів здійснюється за модульно-рейтинговою системою. Результати навчальної

діяльності студентів оцінюються за 100-бальною шкалою. Робота в семестрі поділяється на дві частини.

Оцінювання за формами контролю

	Ч1		Ч2	
	<i>Min. – 18 балів</i>	<i>Max. – 30 балів</i>	<i>Min. – 18 балів</i>	<i>Max. – 30 балів</i>
Робота в семестрі	12	20	12	20
Контрольна робота 1	6	10		
Контрольна робота 2			6	10
„3” – мінімальна/максимальна оцінку, яку може отримати студент. ¹ – мінімальна/максимальна залікова кількість робіт чи завдань.				

Якщо студент з поважних причин, які підтверджено документально, був відсутній при написанні модульної контрольної роботи, він має право на одне перескладання з можливістю отримання максимальної кількості балів. Термін перескладання визначається викладачем.

Якщо впродовж семестру студент пропустив більше половини занять без поважних причин, не має оцінок за модульні контрольні роботи, у відповідних графах „Відомості обліку успішності КМСОНП” виставляються „0”, а у графі заліку – відмітка про недопуск.

Студент допускається до складання іспиту, якщо кількість набраних ним балів за семестр становить не менше 30 балів.

При простому розрахунку отримаємо:

	Частина 1	Частина 2	іспит	Підсумкова оцінка
<i>Мінімум</i>	<i>18</i>	<i>18</i>	<i>24</i>	<i>60</i>
Максимум	30	30	40	100

Шкала відповідності

За 100 – бальною шкалою	За національною шкалою	
90 – 100	5	Відмінно
85 – 89	4	Добре
75 – 84		
65 – 74	3	Задовільно
60 – 64		
35 – 59	2	не задовільно
1 – 34		

8. Тематичний план лекцій і практичних занять

№ Лекції	Назва лекції	Лекції	Практ. заняття	Самост. робота
Частина 1 Теорія множин				
1	Множини, операції над множинами	2	2	4
2	Властивості операцій над множинами	2	2	4
3	Бінарні відношення та операції над ними	2	2	4
4	Функціональні відношення, їх властивості	2	2	4
5	Спеціальні класи бінарних відношень: відношення еквівалентності	2	2	4
6	Спеціальні класи бінарних відношень: відношення часткового та лінійного порядку	2	2	4
7	Потужність множин. Скінченні та зліченні множини	2	2	4
8	Континуальні множини, порівняння потужностей	2	2	4
9	Теорія множин, підсумки	2		2
Контрольна робота 1			2	4
Частина 2. Комбінаторика				
10	Комбінації, розміщення, перестановки без повторень	2	2	4
11	Комбінації, розміщення, перестановки з повтореннями	2	2	4
12	Комбінаторні тотожності	2	2	4
13	Рекурентні співвідношення	2	2	4
14	Твірні функції та рекурентні співвідношення	2		4
Контрольна робота 2			2	4
ВСЬОГО		28	28	62

Загальний обсяг **120**годин, в тому числі:

Лекцій – **28** год.,

Практичних занять – **28** год.,

Самостійної роботи – **62** год.,

Консультації – **2** год.

Частина 3. Теорія булевих функцій				
1	Булеві функції. Таблиці значень булевих функцій	2	2	4
2	Нормальні форми булевих функцій	2	2	4
3	Поліноми Жегалкіна. Алгебра Жегалкіна	2	1	4
4	Замкнені класи булевих функцій	2	1	4

5	Теорема Поста	2	2	4
6	Мінімізація булевих функцій	2	1	4
7	Алгоритми мінімізації булевих функцій	2	1	4
8	Булеві функції, підсумки	2		
	Контрольна робота 3		2	4
Частина 4. Теорія графів				
9	Поняття графу. Види графів	2	2	4
10	Основні властивості графів	2	2	4
11	Ізоморфізм графів	2	2	4
12	Дерева, властивості дерев	2	2	4
13	Планарні графи	2	1	4
14	Фарбування графів	2	1	4
15	Теорія графів, підсумки	2		
	Контрольна робота 4		2	4
Частина 5. Теорія скінчених автоматів				
16	Скінченні автомати, автоматні відображення	2	2	4
17	Мінімізація скінчених автоматів	2	2	4
18	Теорія автоматів, підсумки	2		
Частина 6. Теорія кодування				
19	Алфавітне кодування та ефективні коди	2	2	4
20	Завадостійке кодування. Стиснення даних. Шифрування.	2	2	4
ВСЬОГО		40	32	76

Загальний обсяг **150 годин**, в тому числі:

Лекцій – 40 год.,

Практичних занять – 32 год.,

Самостійної роботи – 76 год.,

Консультації – 2 год.

ЧАСТИНА 1. ТЕОРІЯ МНОЖИН

ЛЕКЦІЯ 1: МНОЖИНИ, ОПЕРАЦІЇ НАД МНОЖИНАМИ.

Завдання для практичного заняття: Нагадати пройдені у школі основні поняття теорії множин, операції, співвідношення. Продемонструвати способи доведення включень та рівностей, розв'язання рівнянь з множинами.

Завдання для самостійної роботи: Визначення множини, елемента множини, включення множин. Основні операції над множинами (об'єднання, перетин, різниця, доповнення, симетрична різниця, декартовий добуток).

ЛЕКЦІЯ 2: ВЛАСТИВОСТІ ОПЕРАЦІЙ НАД МНОЖИНАМИ.

Завдання для практичного заняття: Навчити перетворювати вирази в алгебрі множин, доводити тотожності, встановлювати закономірності між операціями над множинами.

Завдання для самостійної роботи: Визначення декартового добутку, операцій над множинами, основні співвідношення між операціями.

ЛЕКЦІЯ 3: БІНАРНІ ВІДНОШЕННЯ ТА ОПЕРАЦІЇ НАД НИМИ.

Завдання для практичного заняття: Навчити діям з бінарними відношеннями, доводити тотожності, встановлювати закономірності між операціями над бінарними відношеннями.

Завдання для самостійної роботи: Визначення бінарного відношення, операцій над бінарними відношеннями.

ЛЕКЦІЯ 4: ФУНКЦІОНАЛЬНІ ВІДНОШЕННЯ, ЇХ ВЛАСТИВОСТІ.

Завдання для практичного заняття: Показати, що відображення - це частковий випадок відношень. Навчити класифікувати відображення, знаходити образи та прообрази множин, доводити твердження про прямі та обернені відображення.

Завдання для самостійної роботи: Визначення функціонального відношення. Области відправлення та прибуття. Класифікація відображень. Обернене відображення. Образ та прообраз множини.

ЛЕКЦІЯ 5: СПЕЦІАЛЬНІ КЛАСИ БІНАРНИХ ВІДНОШЕНЬ: ВІДНОШЕННЯ ЕКВІВАЛЕНТНОСТІ.

Завдання для практичного заняття: Навчити визначати відношення еквівалентності, будувати класи еквівалентності, розбиття на класи еквівалентності по відношенню еквівалентності і навпаки.

Завдання для самостійної роботи: Визначення відношення еквівалентності та його властивостей, розбиття, класи еквівалентності. Теорема про зв'язок еквівалентності та розбиття.

ЛЕКЦІЯ 6: СПЕЦІАЛЬНІ КЛАСИ БІНАРНИХ ВІДНОШЕНЬ: ВІДНОШЕННЯ ЧАСТКОВОГО ТА ЛІНІЙНОГО ПОРЯДКУ.

Завдання для практичного заняття: Навчити визначати відношення часткового та лінійного порядку, шукати мінімальні, максимальні, найменші, найбільші елементи впорядкованих множин. Усвідомити різницю між найменшим (найбільшим) та мінімальним (максимальним) елементами. Будувати впорядковані множини з заданими властивостями, а також будувати на заданій множині відношення порядку. Користуватись графічним зображенням частково впорядкованих множин.

Завдання для самостійної роботи: Визначення відношення часткового та лінійного порядку, мінімального, максимального, найменшого, найбільшого елементів. Леми про зв'язок між мінімальними (максимальними) та найменшими (найбільшими) елементами.

ЛЕКЦІЯ 7: ПОТУЖНІСТЬ МНОЖИН. СКІНЧЕННІ ТА ЗЛІЧЕННІ МНОЖИНИ.

Завдання для практичного заняття: Засвоєння понять скінченних, нескінченних, злічених множин та їх властивостей. Операції, що зберігають зліченність. Прийоми визначення зліченності, класичні злічені множини.

Завдання для самостійної роботи: Еквівалентність множин. Скінченна, нескінченна та зліченна множина, кількість елементів. Операції над зліченими множинами. Зв'язок нескінченності і зліченності.

ЛЕКЦІЯ 8: КОНТИНУАЛЬНІ МНОЖИНИ, ПОРІВНЯННЯ ПОТУЖНОСТЕЙ.

Завдання для практичного заняття: Усвідомити що таке континуальні множини, які з ними можна виконувати операції, різноманітність континуальних множин. Застосування теореми Кантора-Бернштейна. Відсутність найбільшої потужності, як наслідок теореми Кантора.

Завдання для самостійної роботи: Потужність множини дійсних чисел, операції, що зберігають континуальність. Теорема Кантора та Кантора-Бернштейна.

Контрольні запитання

Визначення множини, елемента множини, включення множин. Основні операції над множинами (об'єднання, перетин, різниця, доповнення, симетрична різниця, декартовий добуток).

Визначення декартового добутку, операцій над множинами, основні співвідношення між операціями.

Визначення бінарного відношення, операцій над бінарними відношеннями.

Визначення функціонального відношення. Області відправлення та прибуття. Класифікація відображень. Обернене відображення. Образ та прообраз множини.

Визначення відношення еквівалентності та його властивостей, розбиття, класи еквівалентності. Теорема про зв'язок еквівалентності та розбиття.

Визначення відношення часткового та лінійного порядку, мінімального, максимального, найменшого, найбільшого елементів. Леми про зв'язок між мінімальними (максимальними) та найменшими (найбільшими) елементами.

Типові практичні завдання

1.Визначити операції \cap та $-$ через операції \cup та \div . [6- 1.17.б]

2.Визначити операції \cup та \cap через операції $-$ та \div . [6- 1.17.в]

3.Довести, що не можна виразити $-$ через \cap та \cup . [6- 1.18.а]

4.Довести, що не можна виразити \cup через \cap та $-$. [6- 1.18.б]

5.Довести, що якщо $A \neq \emptyset$ та $C \neq \emptyset$,
то $A \subset B$, $C \subset D \Leftrightarrow A \times C \subset B \times D$. [6- 2.3.а]

6.Довести, що $(A-B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$. [6- 2.6.г]

Рекомендована література

1. <http://www.diskmat.kiev.ua>
2. Дискретная математика. Учебное пособие. - К.:Изд-во Киевского университета, 1977. 57 с.
3. Кривий С.Л. Курс дискретної математики: навчальний посібник. – Київ, Вид. Націон. Авіац. Університету. - 2007, - 430 с.
4. Кривий С. Л. Дискретна математика вибрані питання: навчальний посібник. - Київ, Видавничий дім «Києво-Могилянської академії». - 2007. - 570 с.
5. Кривий С.Л., Ходзінський О.М. Збірник задач з дискретної математики: навчальний посібник. - Київ, Бізнесполіграф. - 2008. - 360 с.
6. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. - М.: Наука, 1975.
7. Трохимчук Р.М. Множини і відношення: Навч.посібник.-Київ, 2001. – 37 с.
8. Трохимчук Р.М. Дискретна математика. – К.:МАУП, 2006. – 620 с.
9. Трохимчук Р.М. Збірник задач з теорії множин і відношень.- К.: РВЦ “Київський університет”, 2000. - 80 с.
10. Трохимчук Р.М. Основи дискретної математики:Практикум. – К.:МАУП, 2004. - 168 с.
- 11.

ЧАСТИНА 2. КОМБІНАТОРИКА

ЛЕКЦІЯ 1: КОМБІНАЦІЇ, РОЗМІЩЕННЯ, ПЕРЕСТАНОВКИ БЕЗ ПОВТОРЕНЬ.

Завдання для практичного заняття: Засвоєння понять вибірки, правил суми та добутку. Застосування основних комбінаторних схем без повторень.

Завдання для самостійної роботи: Вибірки впорядковані та неупорядковані. Правила суми та добутку. Комбінації, розміщення та перестановки без повторень.

ЛЕКЦІЯ 2: КОМБІНАЦІЇ, РОЗМІЩЕННЯ, ПЕРЕСТАНОВКИ З ПОВТОРЕННЯМИ.

Завдання для практичного заняття: Застосування основних комбінаторних схем з повтореннями для розв'язання комбінаторних задач.

Завдання для самостійної роботи: Комбінації, розміщення та перестановки з повтореннями, означення та формули обчислення. Принцип Діріхле.

ЛЕКЦІЯ 3: КОМБІНАТОРНІ ТОТОЖНОСТІ.

Завдання для практичного заняття: Засвоєння основних комбінаторних тотожностей та методів їх доведення.

Завдання для самостійної роботи: Біном Ньютона. Поліноміальна теорема. Формула включень-виключень.

ЛЕКЦІЯ 4: РЕКУРЕНТНІ СПІВВІДНОШЕННЯ

Завдання для практичного заняття: Засвоєння методу розв'язання комбінаторних проблем за допомогою рекурентних співвідношень, розв'язання лінійних однорідних співвідношень у випадку простих коренів, у випадку кратних коренів, розв'язання неоднорідних співвідношень.

Завдання для самостійної роботи: Визначення рекурентного однорідного і неоднорідного лінійного співвідношення, розв'язок рекурентного співвідношення, властивості розв'язків, характеристичне рівняння.

ЛЕКЦІЯ 5: ТВІРНІ ФУНКЦІЇ ТА РЕКУРЕНТНІ СПІВВІДНОШЕННЯ

Завдання для практичного заняття: Застосування методів твірних функцій до розв'язання рекурентних співвідношень.

Завдання для самостійної роботи: Твірна функція послідовності. Лінійна комбінація та згортка. Твірні функції для рекурентних співвідношень.

Контрольні запитання

Вибірки впорядковані та неупорядковані. Правила суми та добутку. Комбінації, розміщення та перестановки без повторень.

Комбінації, розміщення та перестановки з повтореннями, означення та формули обчислення. Принцип Діріхле.

Біном Ньютона. Поліноміальна теорема. Формула включень-виключень.

Визначення рекурентного однорідного і неоднорідного лінійного співвідношення, розв'язок рекурентного співвідношення, властивості розв'язків, характеристичне рівняння.

Твірна функція послідовності. Лінійна комбінація та згортка. Твірні функції для рекурентних співвідношень.

Типові практичні завдання

1. Скільки розв'язків у натуральних (цілих невід'ємних) числах має рівняння $\sum_{i=1}^n x_i = k$.
2. Скількома способами (наборами) можуть випасти k гральних кісток.

3. Скільки існує способів роздати k троянд n дівчатам.
4. Скільки існує різних способів роздати k_1 троянд, k_2 гвоздик, k_3 волошок n дівчатам.
5. В шухляді шкарпетки червоного, чорного та білого кольорів. Яку найменшу кількість шкарпеток треба узяти, щоб серед них були 2 шкарпетки одного кольору?
6. В скрині кулі 3-х кольорів. Яку найменшу кількість куль треба узяти, щоб серед них було 10 куль одного кольору?
7. В скрині 10 чорних, 12 білих, 14 червоних, 16 зелених куль. Яку найменшу кількість куль треба узяти, щоб серед них було 13 куль одного кольору?

Рекомендована література

1. <http://www.diskmat.kiev.ua>
2. Дискретная математика. Учебное пособие. - К.:Изд-во Киевского университета, 1977. 57 с.
3. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. - М.: Наука, 1969. 328 с.
4. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике.- М.: Наука, 1977. 368 с.
5. Єжов І.І., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Елементи комбінаторики. - К.: "Вища школа", 1972. 84 с.
6. Кривий С.Л., Ходзінський О.М. Збірник задач з дискретної математики: навчальний посібник. - Київ, Бізнесполіграф. - 2008. - 360 с.

ЧАСТИНА 3. ТЕОРІЯ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ

ЛЕКЦІЯ 1: БУЛЕВІ ФУНКЦІЇ.

Завдання для практичного заняття: Навчити будувати таблиці булевих функцій, вивчити тотожні співвідношення для булевих функцій, навчити перетворювати булеві вирази.

Завдання для самостійної роботи: Означення булевої функції. Таблиця функції, правила її побудови. Тотожні співвідношення для булевих функцій. Методи перетворення булевих виразів. Суттєві і несуттєві змінні булевих функцій.

ЛЕКЦІЯ 2: НОРМАЛЬНІ ФОРМИ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ. ПОЛІНОМИ ЖЕГАЛКІНА.

Завдання для практичного заняття: Навчити будувати диз'юнктивні та кон'юнктивні нормальні форми, поліноми Жегалкіна.

Завдання для самостійної роботи: Означення елементарних кон'юнкцій та диз'юнкцій, повних елементарних кон'юнкцій (диз'юнкцій). Досконалі днф та кнф. Способи їх побудови. Поліном Жегалкіна, способи його побудови: з дднф та методом невизначених коефіцієнтів.

ЛЕКЦІЯ 4: ТЕОРЕМА ПОСТА.

Завдання для практичного заняття: Ввести означення для замкнених класів L, S, T_0, T_1, M . Навчити визначати до яких класів належить булева функція, застосовувати критерії теореми Поста для визначення повноти системи функцій.

Завдання для самостійної роботи: Визначення лінійної, самодвоїстої, зберігаючої константу, монотонної булевої функції. Замкнені класи. Означення повної системи функцій. Теорема Поста.

ЛЕКЦІЯ 3: МІНІМІЗАЦІЯ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ.

Завдання для практичного заняття: Опанування методами Блейка та Петрика.

Завдання для самостійної роботи: Імпліканта, проста імпліканта, скорочена днф, тупикова днф, мінімальна днф. Зв'язок між цими поняттями.

Контрольні запитання

Означення булевої функції. Таблиця функції, правила її побудови. Тотожні співвідношення для булевих функцій. Методи перетворення булевих виразів. Суттєві і несуттєві змінні булевих функцій.

Означення елементарних кон'юнкцій та диз'юнкцій, повних елементарних кон'юнкцій (диз'юнкцій). Досконалі днф та кнф. Способи їх побудови. Поліном Жегалкіна, способи його побудови: з дднф та методом невизначених коефіцієнтів.

Визначення лінійної, самодвоїстої, зберігаючої константу, монотонної булевої функції. Замкнені класи. Означення повної системи функцій. Теорема Поста.

Імпліканта, проста імпліканта, скорочена днф, тупикова днф, мінімальна днф. Зв'язок між цими поняттями.

Типові практичні завдання

1. Побудувати таблицю та дднф для функції: $(x \cdot y \vee \bar{z}) \oplus x$.
2. Застосовуючи тотожні перетворення привести функцію $(x \cdot y \vee \bar{z}) \oplus x$ до виду днф, а потім дднф.
3. Побудувати таблицю, дднф та поліном Жегалкіна для функції $(x \rightarrow y) \downarrow (y \equiv \bar{z})$.

Рекомендована література

1. <http://www.diskmat.kiev.ua>
2. Глушков В.М. Введение в кибернетику. - К.: Изд-во Академии наук Украинской ССР, 1964. - 324 с.
3. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. - М.: Наука, 1962. - 476 с.
4. Калужнін Л.А., Королюк В.С. Алгоритми і математичні машини. - К.: "Радянська школа", 1964. - 280 с.
5. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. - М.: "Наука", 1977. - 368 с.
6. Кривий С.Л. Курс дискретної математики: навчальний посібник. – Київ, Вид. Націон. Авіац. Університету. - 2007, - 430 с.
7. Кривий С. Л. Дискретна математика вибрані питання: навчальний посібник. - Київ, Видавничий дім «Києво-Могилянської академії». - 2007. - 570 с.
8. Трохимчук Р.Н. Збірник задач з теорії булевих функцій: Навчальний посібник. - К.: ВПЦ "Київський університет", 2002. - 104 с.
9. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. - М.: "Наука", 1975. - 240 с.
10. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. - М.: "Энергоатомиздат", 1988. - 480 с.
11. Белоусов А.И., Ткачев С.Б. Дискретная математика. - М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. - 744 с.
12. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. - СПб.: "Питер", 2001. - 304 с.
13. Кривий С.Л., Ходзінський О.М. Збірник задач з дискретної математики: навчальний посібник. - Київ, Бізнесполіграф. - 2008. - 360 с.

ЧАСТИНА 4. ТЕОРІЯ ГРАФІВ

ЛЕКЦІЯ 1: ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ ГРАФІВ.

Завдання для практичного заняття: Засвоєння понять, пов'язаних з маршрутами та циклами, одержання навичок аналізу властивостей графів.

Завдання для самостійної роботи: Маршрут, ланцюг, цикл, зв'язність вершин та графу в цілому, степінь вершини.

ЛЕКЦІЯ 2: ВЛАСТИВОСТІ ГРАФІВ. ІЗОМОРФІЗМ ГРАФІВ.

Завдання для практичного заняття: Засвоєння понять, пов'язаних з обходами графів, одержання навичок порівняння графів на ізоморфізм.

Завдання для самостійної роботи: Ізоморфізм, замкнений маршрут, цикл, степінь вершини, 1-ша теорема Ейлера.

ЛЕКЦІЯ 3: ДЕРЕВА, ВЛАСТИВОСТІ ДЕРЕВ.

Завдання для практичного заняття: Засвоєння властивостей дерев, зв'язок зв'язності та ациклічності в деревах, використання властивостей дерев для доведення тверджень про графи.

Завдання для самостійної роботи: Дерево, ациклічність, зв'язок зв'язності та ациклічності, еквівалентні означення дерева.

ЛЕКЦІЯ 4: ПЛАНАРНІ ГРАФИ, ФАРБУВАННЯ ГРАФІВ.

Завдання для практичного заняття: Зв'язок дерев та планарних графів, застосування теореми Ейлера для планарних графів. Розфарбовування графів, одержання навичок аналізу графів на планарність.

Завдання для самостійної роботи: Планарний граф, грань планарного графу, гомеоморфні графи.

Контрольні запитання

Маршрут, ланцюг, цикл, зв'язність вершин та графу в цілому, степінь вершини.

Ізоморфізм, замкнений маршрут, цикл, степінь вершини, 1-ша теорема Ейлера.

Дерево, ациклічність, зв'язок зв'язності та ациклічності, еквівалентні означення дерева.

Планарний граф, грань планарного графу, гомеоморфні графи.

Типові практичні завдання

1. Довести, якщо степінь кожної вершини графа не менша 2, граф має цикл.
2. Довести, що граф в якому кількість ребер не менша, ніж кількість вершин має цикл.
3. Довести, що в дереві будь-який ланцюг є простим.
4. Побудувати всі не ізоморфні між собою дерева з 4 вершинами.
5. Довести, що будь-яке дерево з n вершинами ($n \geq 2$), у якому є хоча б одна вершина степені s , має не менше s вершин степені 1.

Рекомендована література

1. <http://www.diskmat.kiev.ua>
2. Оре О. Теория графов. - М.:Наука, 1980. - 336 с.
3. Харари Ф. Теория графов. - М.:Мир, 1973. - 300 с.

4. Уилсон Р. Введение в теорию графов. - М.: Мир, 1977. - 208 с.
5. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич - М.: Наука, 1990. - 384 с.
6. Зыков А.А. Основы теории графов. - М.: Наука, 1987. - 384 с.
7. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. - М.: "Наука", 1977. - 368 с.
8. Кривий С.Л. Курс дискретної математики: навчальний посібник. – Київ, Вид. Націон. Авіац. Університету. - 2007, - 430 с.
9. Кривий С. Л. Дискретна математика вибрані питання: навчальний посібник. - Київ, Видавничий дім «Києво-Могилянської академії». - 2007. – 570 с.
10. Трохимчук Р.М. Збірник задач з теорії графів. Навчальний посібник для студентів факультету кібернетики. К.: РВЦ “Київський університет”, 1998. — 43 с.
11. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. - М.: "Энергоатомиздат", 1988. - 480 с.
12. Белоусов А.И., Ткачев С.Б. Дискретная математика. - М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. - 744 с.
13. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. - СПб.: "Питер", 2001. - 304 с.
14. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Учеб. Пособие. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001.
15. Кривий С.Л., Ходзінський О.М. Збірник задач з дискретної математики: навчальний посібник. - Київ, Бізнесполіграф. - 2008. - 360 с.

ЧАСТИНА 5. ТЕОРІЯ СКІНЧЕНИХ АВТОМАТІВ

Лекція 1: Скінченні автомати, автоматні відображення.

Завдання для практичного заняття: Засвоєння властивостей автоматів та згенерованих ними відображень. Різниця та подібність між автоматами Мілі та Мура. Побудова автомату Мура за автоматом Мілі.

Завдання для самостійної роботи: Алфавіт, слова в алфавіті. Чорна скринька. Автомат Мілі, автомат Мура, згенеровані автоматом алфавітні відображення. Відповідність між автоматами Мілі та Мура.

Лекція 2: Мінімізація скінченних автоматів.

Завдання для практичного заняття: Засвоєння понять еквівалентності станів, канонічної мінімізації автоматів, алгоритму Ауфенкампа – Хона.

Завдання для самостійної роботи: Еквівалентні стани, канонічна мінімізація, зв'язний автомат.

Контрольні запитання

Алфавіт, слова в алфавіті. Чорна скринька. Автомат Мілі, автомат Мура, згенеровані автоматом алфавітні відображення. Відповідність між автоматами Мілі та Мура.

Еквівалентні стани, канонічна мінімізація, зв'язний автомат.

Типові практичні завдання

1. Побудувати автомат, що генерує алфавітне відображення $f_1 : \{a, b\}^* \rightarrow \{0, 1\}^*$ таке що, $f_1(l)$ закінчується на 1, якщо останні 4 літери слова l є літери a .

2. Побудувати автомат, що генерує алфавітне відображення $f_2 : \{0, 1, 2, 3, 5\}^* \rightarrow \{+, -\}^*$ таке що, $f_2(l)$ закінчується $+$, якщо сума цифр після останнього $+$ більше або дорівнює 5.

3. Побудувати автомат, що генерує алфавітне відображення $f_3 : \{a, b\}^* \rightarrow \{-1, 0, 1\}^*$ таке що, остання літера $f_3(l)$ дорівнює $sign(n_a(l) - n_b(l))$, де $n_x(l)$ кількість літер x в слові l . Чи можна це відображення реалізувати скінченим автоматом?

Рекомендована література

1. Глушков В.М. Введение в кибернетику. –К.:Изд-во Академии наук Украинской ССР, 1964. – 324 с.
2. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. – М.: Наука, 1962. – 476 с.
3. Горшков П.В., Родимин С.П., Шевченко В.П. Методические рекомендации по изучению раздела "Конечные автоматы" курса "Дискретная математика" для студентов первого курса факультета кибернетики. – К.: КГУ, 1986. – 46 с.
4. Брауэр В. Введение в теорию конечных автоматов. – М.: Радио и связь, 1987. – 392 с.
5. Чирков М.К. Основы общей теории конечных автоматов. - Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1975. – 280 с.
6. Кузнецов О.П., Адельсон-Вельский Г.М. Дискретная математика для инженера. – М.: "Энергоатомиздат", 1988. – 480 с.
7. Кривий С. Л. Дискретна математика вибрані питання: навчальний посібник. - Київ, Видавничий дім «Києво-Могилянської академії». - 2007. – 570 с.
8. Кривий С.Л., Ходзінський О.М. Збірник задач з дискретної математики: навчальний посібник. - Київ, Бізнесполіграф. - 2008. - 360 с.

ЧАСТИНА 6. ТЕОРІЯ КОДУВАННЯ

ЛЕКЦІЯ 1: АЛФАВІТНЕ КОДУВАННЯ ТА ЕФЕКТИВНІ КОДИ.

Завдання для практичного заняття: Засвоїти основні поняття, результати та методи з побудови ефективних алфавітних кодувань.

Завдання для самостійної роботи: Префіксні та роздільні схеми. Умови існування. Оптимальне кодування. Алгоритми Фано й Хаффмена.

ЛЕКЦІЯ 2: ЗАВАДОСТІЙКЕ КОДУВАННЯ. СТИСНЕННЯ ДАНИХ. ШИФРУВАННЯ.

Завдання для практичного заняття: Засвоїти основні поняття, результати та методи з побудови завадостійкого кодування, стиснення даних, шифрування.

Завдання для самостійної роботи: Кодування з виправленням помилок. Класифікація помилок. Кодова відстань. Код Геммінга. Стиснення текстів. Алгоритм Лемпеля–Зіва. Криптографія. Шифрування за допомогою випадкових чисел.

Контрольні запитання

Префіксні та роздільні схеми. Умови існування. Оптимальне кодування. Алгоритми Фано й Хаффмена.

Кодування з виправленням помилок. Класифікація помилок. Кодова відстань. Код Геммінга. Стиснення текстів. Алгоритм Лемпеля–Зіва. Криптографія. Шифрування за допомогою випадкових чисел.

Типові практичні завдання

1. Чи є наведена схема алфавітного кодування
 $\sigma = \{a \rightarrow 0, b \rightarrow 10, c \rightarrow 011, d \rightarrow 1011, e \rightarrow 1111\}$
префіксною, роздільною? (3-6.1)
2. Для наведеної схеми алфавітного кодування, що є роздільною, побудувати префіксний код з тим самим набором довжин елементарних кодів $\sigma = \{a \rightarrow 01, b \rightarrow 10, c \rightarrow 100, d \rightarrow 111, e \rightarrow 011\}$. (7-5.3.6.1).
3. Для алфавітного кодування
 $A = \{a_1, a_2\}, B = \{b_1, b_2\}, \sigma = \{a_1 \rightarrow b_1, a_2 \rightarrow b_1 b_2\}$
з'ясувати, чи буде воно взаємно однозначним? (8-6.8.1)
4. Побудувати оптимальне префіксне алфавітне кодування для алфавіту $\{a, b, c, d\}$ з наступним розподілом ймовірностей появи букв:
 $p_a = 1/2, p_b = 1/4, p_c = 1/8, p_d = 1/8$. (3-6.2)
5. Показати, що максимальна довжина елементарних кодів в оптимальному кодуванні для алфавіту з n букв не перевищує $n-1$. (7-5.3.18.1)

Рекомендована література

1. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. Т.1 /Под общ. редакцией С.В.Яблонского и О.Б.Лупанова. - М.: "Наука". 1974. - 312с.
2. Хемминг Р.В. Теория кодирования и теория информации. - М.: "Радио и связь". 1983.- 176с.
3. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. - СПб.: "Питер", 2001. - 304 с.
4. Нікольський Ю.В., Пасічник В.В., Щербина Ю.М. Дискретная математика. - К.: Видавнича група ВНУ, 2007. - 368 с.
5. Фомичев В.М. Дискретная математика и криптология. Курс лекций / Под общ. ред. д-ра физ.-мат. н. Н.Д. Подуфалова. - М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. - 400 с.
6. Марков А.А. Введение в теорию кодирования. - М.: "Наука". 1982. - 192с.
7. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. - М.: "Наука", 1977. - 368 с.
8. Галушкина Ю.И., Марьямов А.Н. Конспект лекций по дискретной математике.- М.: Айрис-пресс, 2007. - 176с.
9. Кривий С. Л. Дискретна математика вибрані питання: навчальний посібник. - Київ, Видавничий дім «Києво-Могилянської академії». - 2007. - 570 с.

\